

Die dunkle Materie der Logik

Steen Olaf Welding

Braunschweig : Seminar für Philosophie, 2013

**Elektronisch veröffentlicht am 11.07.2013 in der
Digitalen Bibliothek Braunschweig
Publikationsserver des Wissenschaftsstandortes Braunschweig**

unter: <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00052598>

Die dunkle Materie der Logik

S. O. Welding

Wie der Satz “to be or not to be” die grundlegende Frage nach meinem Sein oder Nicht-Sein reflektiert, so ist die Frage, warum es mir nicht möglich ist, zu sein und nicht zu sein, nicht grundlegend für mich, sondern für das Verständnis der Logik.

Es ist sicher unglaublich, jedoch nicht weniger sicher erlaubt, gesicherte Grundelemente der klassischen zweiwertigen Logik in Zweifel zu ziehen. Am Beispiel von zwei allgemeingültigen logischen Prinzipien lässt sich, wie mir scheint, zeigen, dass sie nicht verstanden werden. Um untersuchen zu können, was in dem Nicht-Widerspruchsprinzip und was in dem Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten eigentlich ausgesagt wird, ist es notwendig, zum einen die Annahme, dass eine wahrheitsdefinite Aussage p von zwei Wahrheitswerten jeweils nur einen haben kann, und zum anderen die Definition der logischen Verknüpfungen vorauszusetzen. Die äußerst skandalöse Schlussfolgerung ist m. E. nicht zu vermeiden, die Interpretation dieser beiden Prinzipien involviere eine logisch unlösbare Inkonsistenz.

I

Nach einer allgemein verbreiteten Auffassung wird mit dem Nicht-Widerspruchsprinzip $\neg (p \wedge \neg p)$ festgestellt, p und $\neg p$ könnten nicht zusammen wahr, jedoch zusammen falsch sein, und mit dem Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten $p \vee \neg p$, p und $\neg p$ könnten nicht zusammen falsch, jedoch zusammen wahr sein: Aus beiden Prinzipien ergebe sich daher, p und $\neg p$ seien kontradiktorische Aussagen. So stellt z. B. Stebbing¹ fest:

“It should be observed that both the principle of excluded middle and the principle of contradiction are required to define ‘contradictory propositions’. The principle of contradiction alone does not suffice to show that p and $\neg p$ are contradictories; they might be contraries.”

Ähnlich behauptet Tarski², nur nach beiden Prinzipien seien p und $\neg p$ kontradiktorische Aussagen; denn nur aus dem Prinzip vom Nicht-Widerspruch gehe hervor “that one of these sentences must be false”, und nur aus dem Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten “that one of the two sentences must

¹L. S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, London, 7. Aufl. 1950, S. 191.

²A. Tarski, Introduction to Logic and the Methodology of Deductive Sciences, transl. by Olaf Helmer, New York, 3. Aufl. 1965, S. 135 f.

be true.” Ähnlich konstatiert Blanché³, wenn er zum Nicht-Widerspruchsprinzip erläutert, p und $\neg p$ könnten nicht zusammen wahr, eine der beiden Aussagen müsse wenigstens falsch sein, und nach dem Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten könnten die beiden Aussagen nicht zusammen falsch, wenigstens eine von ihnen müsse wahr sein; erst aus der Konjunktion der beiden Prinzipien, die er für das „Prinzip der Alternativität“ hält, gehe hervor, von beiden Aussagen könne nur die eine wahr und die andere falsch sein. Offenbar werden für diese Prinzipien vier Wahrheitsmöglichkeiten und -bedingungen lose zusammengefasst und nicht im Einzelnen in Betracht gezogen, wie sie beispielsweise dem Nicht-Widerspruchsprinzip zu entnehmen sind:

	p	p	$\neg (p \wedge \neg p)$
1	w	w	?
2	w	f	w
3	f	w	w
4	f	f	?

Da die Wahrheitstafeln darauf aufbauen, dass p jeweils von zwei Wahrheitswerten nur einen Wahrheitswert haben kann, ist es nicht möglich, mit (1) und (4) zu unterstellen, p und $\neg p$ könnten zusammen wahr beziehungsweise zusammen falsch sein. Ganz entsprechend verhält es sich mit dem Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten $p \vee \neg p$. Offensichtlich werden in diesen Prinzipien irrealer Fälle einander gegenüber gestellt: nach dem Nicht-Widerspruchsprinzip könnten p und $\neg p$ zusammen falsch und nach dem Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten zusammen wahr sein, wohingegen nach dem ersteren die gemeinsame Wahrheit und nach dem letzteren die gemeinsame Falschheit von p und $\neg p$ ausgeschlossen wird. Wie kann durch den jeweils gemeinsamen Wahrheitswert von p und $\neg p$ in diesen Prinzipien dasjenige ausgeschlossen werden, was zufolge ihrer logischen Voraussetzungen überhaupt nicht möglich ist? Für deren Interpretation kommen daher nur die Wahrheitsmöglichkeiten und -bedingungen von (2) und (3) in Frage.

II

Für das Lehrgebäude der klassischen Logik ist die Feststellung grundlegend, in den beiden Prinzipien seien p und $\neg p$ zwei verschiedene Aussagen; daher ist es möglich, Alternativen wie diejenigen der intuitionistischen oder der mehrwertigen Logik zu entwickeln. Ohne sich mit der gegenseitigen Abhängigkeit dieser beiden logischen Prinzipien kritisch zu befassen, wird andererseits nahezu all-

³R. Blanché, *L'Axiomatique*, Paris 1955, S. 42.

gemein behauptet, nach dem Widerspruchsprinzip seien p und $\neg p$ kontradiktorische Aussagen.⁴ Zu dem „aussagenlogisch kontradiktorischen Widerspruch“, der sich dadurch ergebe, p und $\neg p$ könnten nicht nur nicht zusammen wahr, sondern auch nicht zusammen falsch sein, erläutert Hoyningen-Huene:

„[...] die beiden Aussagen müssen immer entgegengesetzte Wahrheitswerte haben, oder: Die eine Aussage muß die Negation der anderen Aussage sein. [...]

A: Der Mond ist aufgegangen.

B: Der Mond ist nicht aufgegangen.

Wenn man hier von den Übergangsfällen absieht, wo der Mond gerade halb über den Horizont blinzelt, dann können diese beiden Aussagen weder zugleich wahr noch zugleich falsch sein; ihre Wahrheitswerte sind einander gerade entgegengesetzt. Das ist natürlich deshalb der Fall, weil B die Negation von A ist.“⁵

Aus dem Umstand, dass p die Negation von $\neg p$ ist, hätte ersichtlich sein können, dass p und $\neg p$ nicht denselben Wahrheitswert haben können. Wie kann dann die Behauptung, p sei die Negation von $\neg p$, erklärt werden? Die Erörterung dieser Frage führt dazu, die allgemein geteilte Lehrmeinung in Zweifel zu ziehen, p und $\neg p$ seien zwei verschiedene Aussagen in diesen Prinzipien. Wenn p die Negation von $\neg p$ ist, dann lässt sich die logische Beziehung zwischen p und $\neg p$ weder in dem einen noch in dem anderen Prinzip analysieren. Offensichtlich ist der Sachverhalt der logischen einstelligen Verknüpfungen instruktiv. Für die Affirmation von p wie für die Negation von $\neg p$ sind jeweils nur zwei Wahrheitsmöglichkeiten und -bedingungen vorgesehen, und zwar insofern, als p von zwei Wahrheitswerten jeweils nur einen von ihnen haben kann. Ganz entsprechend werden für das Nicht-Widerspruchsprinzip wie auch für das Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten jeweils nur zwei Wahrheitsmöglichkeiten und -bedingungen, nämlich in den Fällen (2) und (3) in Rechnung gestellt, ohne klären zu können, worauf die jeweilige zweistellige logische Verknüpfung dann eigentlich noch zu beziehen ist. Es ergeben sich für das Nicht-Widerspruchsprinzip insofern gravierende Folgen, als nach ihm von nur einer Aussage p behauptet wird, sie könne nicht wahr *und* falsch sein, und für das Prinzip vom ausgeschlossenen Dritten insofern, als nach ihm von nur einer Aussage p behauptet wird, sie sei wahr oder falsch, oder genauer, die Wahrheit der Aussage p schließe deren Negation aus. Danach sind jedoch die beiden Wahrheitsmöglichkeiten und -bedingungen des jeweiligen Prinzips unvereinbar mit vier Wahrheitsmöglichkeiten und -bedingungen der betreffenden zweistelligen logischen Verknüpfung. Wie einerseits die Interpretation dieser Prinzipien als Aussagen über die Wahrheitswerte von p , so ist andererseits deren Interpretation als Aussagen über die Wahrheitswerte von p und $\neg p$ logisch inkonsistent. Wird dieses Dilemma nicht gelöst, dann ist der Stoff, aus dem die Logik ist, eine dunkle Materie.

⁴Vgl. Aristoteles, De Interpretatione VII, 17^{b16-20}; E. Husserl, Logische Untersuchungen. Erster Band: Prolegomena zur reinen Logik, in: Ders., Gesammelte Schriften, Bd. 2, hrsg. von E. Ströker. Hamburg 1992, S. 179 f.

⁵P. Hoyningen-Huene, Formale Logik. Eine philosophische Einführung, Stuttgart 1998, S. 146.